МРНТИ 27.21.15 https://doi.org/10.55956/VBNE7749

М.Ж.Жумабаев *
Доктор физ.-мат.наук,профессор
Международный Таразский инновационный институт
им. Шерхана. Муртазы
г. Тараз, Казахстан
abaishirak@mail.ru

А.Б.Шыракбаев
Канд. физ.-мат.наук, доцент
Международный Таразский инновационный институт
им. Шерхана. Муртазы
г. Тараз, Казахстан

ЦИЛИДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

Аннотация. *В статье рассмотрим цилиндрические оболочки, их определение и свойства цилиндрических оболочек, а также примеры их применения. Также рассмотрим методы расчета цилиндрических оболочек. Цилиндрическая оболочка – это геометрическое тело, образованное поворотом прямоугольника вокруг одной из его сторон. В результате получается цилиндр, у которого основаниями являются два параллельных и равных прямоугольника, а боковая поверхность представляет собой поверхность, образованную поворотом прямоугольника вокруг одной из его сторон. Цилиндрические оболочки имеют два основных элемента – основания и боковую поверхность. Основания цилиндрической оболочки являются параллельными и равными прямоугольниками, а боковая поверхность представляет собой поверхность, образованную поворотом прямоугольника вокруг одной из его сторон. Рассматривается цилиндрическая оболочка с заполнением. Находятся они в осесимметрическом напряженном состоянии. Рассмотрено случай, когда заполнитель имеет форму полого цилиндра или упругого конуса. Представлены результаты расчетов для каждого случая.*

Ключевые слова: *Цилиндрическая оболочка, напряжение, нагруженной поверхность, треугольник, связь.*

Введение. Рассматриваетcя ортотропная цилиндрическая с тяжелым с натяжным (γ_z- удельный вес заполнителя) упругим заполнителем конечной длины. Заполнитель имеет форму полого цилиндра или конуса. По наружной поверхности $r = R$, заполнитель жестко скреплен с оболочкой так, что вектор перемещений и вектор напряжений изменяются непрерывно при переходе от заполнителя к оболочке.

Условия и методы исследований. На внутренней и торцевых поверхностях заполнителя заданы напряжения

$$\sigma_r = F_1(r),\ \sigma_{rz} = \Phi_1(r) \text{ при } z = 0$$

$$\sigma_z = F_2(ч),\ \sigma_{rz} = \Phi_2(r) \text{ при } z = L$$

(1)

$$\sigma_r = F_3(ч),\ \sigma_{rz} = \Phi_3(z) \text{ при } z = R_0$$

Наряду с условиями (2) ниже представлены результаты рассматренной задачи в случае, когда на части поверхности $z = 0$ заполнительжестко закреплен.

$$u = w = 0,\ \forall\ r \in [R_0, R_*],\ z = 0$$

(2)

$$\sigma_z = F_1(r),\ \sigma_{rz} = \Phi_1(r),$$

$$\forall\ r \in]R_*, R_1[,\ z = 0$$

В этом месте $R_0 = R_0 \le R_1$.

При этом оболочка занимает пространство

$$R_1 \le r \le R_2,\ 0 < z \le L.$$

(3)

Кроме того, могут быть заданы внешные давление и сдвиговые напряжения

$$\sigma_r = p(z),\ \sigma_{rz} = q(z),\ \forall\ r \in r = R_2$$

(4)

Нижний торец оболочки $z = 0$ считается закрепленным, а на верхнем $(z = L)$– заданы осевые и касательные напряжения $[1,3,4]$.

$$u = w = 0 \text{ при } \ z = 0$$
$$\sigma_z = P(r),\ \sigma_{rz} = Q(r), \text{ при } \qquad z = L$$

(5)

При решении задачи используется колцевые треуголные элементы [2]. Рассматривая оболочка с заполнителем находится в осесимметричном напряженным состоянием. Поэтому, достаточно рассмотреть аксиальное сечение аксиальным сечением кольцевого треугольника элемента является треугольный элемент с узлами q,s,t. Узловые перемещение точки обозначается

$$\{\delta_i\} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}, \qquad i = q,s,t.$$

(6)

a перемещения вершин треугольного элемента

$$\{\delta\}_e = \{\delta_q, \delta_s, \delta_t\}.$$

(7)

Перемещения внутри треугольного элемента представляются линейным полиномом.

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 r + \alpha_3 z,$$
$$w = \alpha_4 + \alpha_5 r + \alpha_6 z. \qquad (8)$$

Поэтому перемещения вершин *q*, *s*, *t* треугольного элемента будут

$$u_i = \alpha_1 + \alpha_2 r_i + \alpha_3 z_i,$$
$$i = q,s,t. \qquad (9)$$

Отсюда находятся коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Перемещения

$$u = \frac{1}{S}\Sigma\left(a_i + \text{в}_i r + c_i z\right)u_i,$$

(10)

где

$$S = a_q + a_s + a_t, \qquad a_q = r_s z_t - r_i z_s,$$
$$a_s = r_t z_q - z_t z_q,$$
$$a_t = r_q z_s - r_s z_q, \qquad \text{в}_q = z_s - z_t,$$
$$\text{в}_s = z_t - z_q,\ \ \text{в}_t = z_q - z_s,$$
$$c_q = r_t - r_s,\ c_s = r_q - r_t,\ c_t = r_s - r_q.$$

Аналогично можно получить для

$$W = \frac{1}{S}\Sigma\left(a_t + b_i r + c_i z\right)w_i$$

(11)

Связь между перемещениями в кольцевом треугольном элементе с перемещениями вершин имеет вид

$$\{\delta\} = N\{\delta\}_e$$

(12)

а здесь

$$N = \{N_q, N_s, N_t\},$$
$$N_i = \begin{bmatrix} a_i + b_i r + c_i z & 0 \\ 0 & a_i + b_i z + c_i z \end{bmatrix}.$$

Используя выше приведенные соотношения можно получить

$$\{\varepsilon\} = B\{\delta\}_e, \qquad B = \{B_q, B_s, B_t\}.$$

(13)

$$B_i = \frac{1}{S}\begin{bmatrix} b_i & 0 \\ \frac{a_i + b_i r + c_i z}{r} & 0 \\ 0 & 0 \\ c_i & b_i \end{bmatrix}, \quad i = q, s, t.$$

Элементы матрицы содержит переменные *r, z*.

Связь между компонентами напряжений и деформации для ортотронного материала $\{\sigma\} = Д\{\varepsilon\}$.

$$\{\sigma\} = [\sigma_i], \quad \{\varepsilon\} = [\varepsilon_i], \quad Д = [d_{ij}],$$

$i, j = 1, 2, 3, 4$. (14)

Здесь

$$d = 1/\left(1 - \nu_{r\varphi}\nu_{\varphi r} - \nu_{rz}\nu_{zr} - \nu_{\varphi z}\nu_{z\varphi} - 2\nu_{r\varphi}\nu_{\varphi z}\nu_{rz}\right)$$

,

$$d_{11} = dE_r\left(1 - \nu_{\varphi z}\nu_{z\varphi}\right),$$

$$d_{22} = dE_\varphi\left(1 - \nu_{rz}\nu_{zr}\right),$$

$$d_{33} = dE_z\left(1 - \nu_{r\varphi}\nu_{\varphi r}\right),$$

$$d_{12} = d_{21} = dE_r\left(\nu_{\varphi r} + \nu_{rz}\nu_{\varphi z}\right),$$

$$d_{13} = d_{31} = dE_r\left(\nu_{\varphi r} + \nu_{zr}\nu_{\varphi z}\right),$$

$$d_{13} = d_{31} = dE_r\left(\nu_{zr} + \nu_{\varphi r}\nu_{z\varphi}\right)$$

$$d_{23} = d_{32} = dE_\varphi\left(\nu_{z\varphi} + \nu_{r\varphi}\nu_{zr}\right),$$

$$d_{44} = \mu_{13},$$

$$d_{14} = d_{24} = d_{34} = d_{41} = d_{42} = d_{43} = 0.$$

Рассматриваемый кольцевой треугольный элемент будет находиться в состоянии равновесия, если действие отброшенных участков заменить статически эквивалентной системой сил, приложенных в вершинах кольцевого треугольного элемента, это система сил

$$\{F\}_e = \{F_{r,q}, F_{z,q}, F_{r,s}, F_{z,s}, F_{r,t}, F_{z,t}\}^T$$

(15)

Первый индекс соответствует направлению силы, а второй индекс указывает номер вершины треугольного элемента.

Из равенства работы внешних сил и суммарной внутренней работы на виртуальных перемещениях получается

$$\{F\}_e = \left(\int B^T ДBdV\right)\{\delta\}_e - \int_e N^T\{P\}dV$$

(16)

Здесь – $\int N^T\{P\}dV = \{F\}_e^P$ узловые силы, обусловленные распределенными нагрузками и

$$\left(\int B^T ДBdV\right)\{\delta\}_e = \{F\}_e - \{F\}_e^P$$

(17)

Если обозначить $\text{K}_e = \int B^T ДBdV$, то матрица жесткости элемента имеет вид

$$\text{K}_e = 2\pi\int B^T ДBrdrdz$$

(18)

Результаты исследований. В результате интегрирования получается матрица жесткости кольцевого треугольного элемента. Около каждой узловой точки *i* находяться *к* кольцевых треугольных элемента $4 \le L \le 8$. Компоненты действующих сил в этой точке обозначаются через $F_{r,j}, F_{z,j}\ldots$.

Для каждого кольцевого элемента могут быть записаны два уравнения, связывающие составляющие силы в точке *i*, действующие на этот кольцевой треугольный элемент и компоненты перемещений трех его вершин. Коэффициентами этих уравнений являются элементы матрицы жесткости кольцевых треугольных элементов, обьединяющихся в узловой точке *i*. Найдя их сумму, можно получить систему, состоящую из двух уравнений, связывающих компоненты сил $F_{r,i}, F_{z,r}$ с компонентами перемещений в точке *i* и в остальных вершинах кольцевых треугольных элементов, обьединяющихся в узловой точке *i*. Таким оброзом, получается система уравнений.

$$K\bar{U} = \bar{F}$$

Здесь $\bar{U}$ – вектор перемещений, $\bar{F}$ - вектор сил. Матрица жесткости системы *К* является симметричной. Для решения системы применяется метод квадратных корней $[2]$.

С целью изучения влияния геометрических размеров оболочки и заполнителя на их напряженно-демоделированное состояние при действии массы заполнителя были решены выше сформулированная задача. Свойства материала заполнителя и оболочки были следующие данные:

$\mu_3 = 10,06$ МПа, $\nu_3 = 0,495$, $\nu_3 = 1,6 \cdot 10^{-6}$ кг/мм³, $E_r = 3$ ГПа,

$E_\varphi = 188$ ГПа, $E_\varphi = 188$ ГПа, $E_з = 125$ ГПа, $\nu_{r\varphi} = 0,14$,

$\nu_{\varphi z} = 0,2,\ \nu_{rz} = 0,35,\ \ \mu_{rz} = 4\ ГПа,$

$\gamma = 2,5 \cdot 10^{-6}$ кг/мм³.

В результате расчетов установлен характер деформирования упрогого заполнителя. Результаты полученные качественные согаласуется с результатами работ [5,6], дополняют в части влияния размеров конструкции и условий закрепления, как заполнителя так и оболочки. Можно лишь отметить, что в рассматриваемом случае напряженность конструкции полностью определяется ее напряженностью в окрестности поверхности закрепления точек нижнего торца несущей оболочки. Если уровни напряжения окажутся критическими, то они могут быть снижены конструктивными мероприятии. Последние заключены в том, что закрепляются отдельные области нижней торцевой поверхности заполнителя. Частичное закрепление нижнего торца заполнителя приводит к заметнему снижению напряжений на контактной поверхности. Радиальные и окружные напряжения, соответствующие этим граничным условиям, всюду становятся сжимающими. Характер распределения радиальных, окружных и осевых напряжений в заполнителе одинаков с их распределением в облочке.

Обсуждение научных результатов. При исследований влияния геометрических размеров заполнителя и оболочки физико-механические характеристики материала, как оболочки, так и заполнителя оставались неизменными. Здесь анализ перемещенний и напряжений в составной конструкций проведен для их значений на контактной поверхности $r = R_1$, на которой напряжение в заполнителе принимают максимальное значение. Для оценки целостности заполнителя именно напряжения на контактной поверхности представляют практический интерес. В самом деле, как известно, наибольшие технологические трудности связаны с прочностью, реализованной в области соединения материала заполнителя с оболочкой.

С увеличением длины конструкций при изменном внутреннем радиусе относительные величины радиальных перемещений возрастают. Это связанно с влиянием увеличивающейся весовой нагрузки с ростом обьема материала заполнителя. Радиальные перемещения отрицательны по отношению к направлению радиуса цилиндра. При малой длине конструкции в верхней зоне контактной поверхностей возможны положительные осевые перемещения, направленные в обратную сторону действующей нагрузки. Такой результат связан с влиянием коэффициента Пуассона материала заполнителя.

Для длинной цилиндрической оболочки с упругим заполнителем радиальные, окружные и осевые наприжения на поверхности контакта имеют идентичный характер распределения. С уменьшением длины оболочки зона радиальных сжимающих напряжений уменьшается. Для весьма каротких оболочек на половине длины поверхности контакта эти напряжения являются растягивающими. В этом случае линия действия массы заполнителя удалена от срединный поверхности оболочки на относительно большое расстояние и поэтому на несущую оболочку преобладеющее воздействие оказывает пара сил $\gamma-\gamma_з$ и по этому заполнитель находиться в состояние изгиба. Для типичных свойств материалов заполнителей растягивающие напряжение представляют с точки зрения прочности заполнителя наибольшую опасность. С приближением к поверхности закрепления (нижняя торцевая поверхность облочки) уровни всех компонент тензора напряжений резко возрастают. Это означает, что при проектировании подобных изделий должны быть использованы уточненные методики, позваляющие получать реальные оценки. С увелечением длины конструкции максимальные значения контактных напряжений заметно возрастают. Из анализа кривых для касательных напряжений, видно, что для длинных конструкций можно выделить зону краевого эффекта у концов $z/L=0,\ z/L=1$ и зону установившихся значений касательных напряжений, а для оболочки с заполнителем на контактной поверхности последняя область исчезает.

Для изучения влияния конусности заполнителя при постоянном нижнем внутренным радиусе R_0^H меняли значение верхнего внутренного радиуса R_0^B то есть при постоянном $(R-R_0^H)/L=2/3$ параметр $(R-R_{\text{п}}^{H})/L$ придавали следующее значения: 2\3 (вариант 1), 1\2 (вариант 2), 1\3 (вариант 3), 1\6 (вариант 4), и 0 (вариант 5). Полученные результаты в сравнении с результатами распределение радиальных напряжений на поверхности заполнителя с оболочкой показывают, что формы заполнителя существенно влияет на поле перемещений. В исследованных вариантах конусность заполнителя позволяет почти в 2 раза снизить значение осевых перемещений на нижней торцевой поверхости заполнителя. Таким образом, это конструктивное решение позволяет регулировать кинематику перемещений нижнего торца при экспулатационных перегрузках. Интересно отметить, что при малой конусности система становится более жесткой по сравнинию с составной конструкцией, имеющей цилиндрической заполнитель. Однака при дальнейшем увеличении конусности радиальная податливостьсоставной конструкций начинает расти и наибольшего значения она достигает для варианта 5.

Во всех случаях можно видеть, что основное напряженное состояние концентрируется в окрестностизакрепленной торцевой поверхности цилиндрической оболочки. При этом максимальное значение сжимающих напряжений являются наибольшими для циindрического заполнителя.

Когда заполнитель имеет форму полого цилиндра, на поверхность константа (вдоль R) нижней части радиальное напряжение является сжимающим, а на верхней растягивающим. Однако уровень сжимающих напряжений на порядок превышает уровень растягивающих напряжений, что не позволяет оценить фактический уровень, радиальных напряжений растяжения.

Степень концентраций очевых напряжений в окрестности закрепленности поверхности увеличивается по мере повышения конусности заполнителя составной конструкций. Такой же эффект увеличения степень концентрации напряжений по мере повышения конусности заполнителя составной конструкции можно видеть на контактной поверхности и для касательных напряжений. Касательные напряжения достигают абсолютного максимума для составных конструкций с отношением $(R-R_0^B)/L,$ равным 1/6 (вариант 4). Несколько меньшее значение оно принимает для $(R-R_0^B)/L,$ равного 0 (вариант 5). Уровни максимальных значений касательных напряжений для составных конструкции $(R-R_0^B)/L,$ равными 2\3 (вариант 1), 1\2 (вариант 2) и 1\3 (вариант 3) мало отличаются друг от друга.

Увеличение конусности при постоянном значении нижнего радиуса приводит к росту зоны сжимающих окружных напряжений. Распределения окружных и осевых напряжений в заполнителе на поверхности контакта заполнителя с оболочкой совпадают с характером распределения радиальных напряжения.

Заключение. Полученные числовые результаты показывают, что увеличение конусности при постоянном значении нижнего радиуса приводит к уменьшению по абсолютной величине всех компонентов напряжений на поверхности контакта $(R_1=r)$ за исключением касательных напряжений, которые являются критическими для адгезионногослоя – контактной поверхности оболочки и заполнителя. Явная концентрация напряжений в окрестности закрепленной торцевой поверхности цилиндрической оболочки является обоснованием необходимости разработки методов расчета составных конструкций на базе пространственных подходов методов деформирующего твердого тела.

Список литературы

1. Лехницкий, С.Г. Теория упругости анизотропного тела[Текст]./ С.Г. Лехницкий. – М. Наука, 1977, 415 с.
2. Ержанов, Ж.С., Каримбаев Т.Д. Метод конечных элементов в задачах механики горных пород. [Текст]./ Ж.С. Ержанов, Т.Д. Каримбаев – Алматы, Наука, 1975, 209 с.
3. Матвеев, Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений/ Н.М. Матвеев– М., Высшая школа, 1967, 563 с.
4. Литвинов, А.Н. Термоупрогое напряжения в круглых многослойных упругих элементов. Новые промышленное технологий/ А.Н.Литвинов -2000, №5, с.64-68
5. Ильгямов, М.А., Иванов, В.А., Гулин, Б.В. Прочность, устойчивость и динамика оболочек с упругим заполнителем/ М.А.Ильгямов, В.А.Иванов, Б.В.Гулин– М. Наука, 1977, 33с.
6. Елтышев, В.А. Напряженно – деформированное состояние оболочечных конструкций с наполнителем/ В.А.Елтышев – М., Наука, 1981, 120с.

Материал поступил в редакцию 3.04.24.

М.Ж.Жумабаев, А.Б.Шыракбаев

Шерхан Мұртаза атындағы Халықаралық Тараз инновациялық институты, Тараз қ., Қазақстан

ТОЛТЫРҒЫШЫ БАР ЦИЛИНДРЛІК ҚАБЫҚ

Аңдатпа. Мақалада цилиндрлік қабықтарды, олардың анықтамасын және цилиндрлік қабықтардың қасиеттерін, сондай-ақ оларды қолдану мысалдарын қарастырамыз. Сондай-ақ, цилиндрлік қабықтарды есептеу әдістерін қарастырыңыз. Цилиндрлік қабық-бұл тіктөртбұрыштың бір қабырғасының айналасында айналуынан пайда болған геометриялық дене. Нәтижесінде цилиндр пайда болады, оның Негіздері екі параллель және тең тіктөртбұрыш, ал бүйір беті тіктөртбұрыштың бір қабырғасының айналасында айналуынан пайда болған бет болып табылады. Цилиндрлік қабықтарда екі негізгі элемент бар – негіздер және бүйір беті. Цилиндрлік қабықтың негіздері параллель және тең тіктөртбұрыштар, ал бүйір беті тіктөртбұрыштың бір қабырғасының айналасында айналуынан пайда болған бетті білдіреді. Толтырылған цилиндрлік қабық қарастырылады. Олар осимметриялық кернеу жағдайында. Толтырғыш қуыс цилиндр немесе серпімді конус түрінде болған жағдайда қарастырылады. Әр жағдай үшін есеп айырысу нәтижелері ұсынылған.

Тірек сөздер: Цилиндрлік қабықша, кернеу, жүктелген қосылыс тетігінің беті, үшбұрыш, байланыс.

M.J.Zhumabaev*, A.B.Shyrakbaev

International Taraz Innovation Institute named after Sherkhan. Murtazy, Taraz, Kazakhstan

CYLINDRICAL SHELL WITH FILLER

Abstract. In the article we will consider cylindrical shells, their definition and properties of cylindrical shells, as well as examples of their application. We will also consider methods for calculating cylindrical shells. A cylindrical shell is a geometric body formed by turning a rectangle around one of its sides. The result is a cylinder whose bases are two parallel and equal rectangles, and the side surface is a surface formed by rotating the rectangle around one of its sides. Cylindrical shells have two main elements – the base and the side surface. The bases of the cylindrical shell are parallel and equal rectangles, and the side surface is a surface formed by rotating the rectangle around one of its sides. A cylindrical shell with filling is considered. They are in an axisymmetric stress state. The case is considered when the filler has the shape of a hollow cylinder or an elastic cone. The results of calculations for each case are presented.

Keywords: Cylindrical shell, stress, loaded surface, triangle, bond

References

1. Lehnitsky, S.G. Teoriya uprugosti anizotropnogo tela [Theory of elasticity of an anisotropic body] / S.G. Lehnitsky. – M. Nauka, 1977, 415 p. [in Russian]
2. Yerzhanov, Zh.S. Metod konechnyh elementov v zadachah mekhaniki gornyh porod [The finite element method in problems of rock mechanics] / J.S. Yerzhanov, T.D. Karimbayev – Almaty, Nauka, 1975, 209 p. [in Russian]
3. Matveev, N.M. Metody integrirovaniya obyknovennyh differencial'nyh uravnenij [Methods of integration of ordinary differential equations] / N.M. Matveev– M., Higher School, 1967, 563 p. [in Russian]
4. Litvinov, A.N. Termouprogoe napryazheniya v kruglyh mnogoslojnyh uprugih elementov [Thermoelastic stresses in round multilayer elastic elements. New industrial technologies] / A.N.Litvinov -2000, No.5, pp.64-68 [in Russian]
5. Ilgyamov, M.A. Prochnost', ustojchivost' i dinamika obolochek s uprugim zapolnitelem [Stability and dynamics of shells with elastic filler] / M.A.Ilgyamov, V.A.Ivanov, B.V.Gulin– M. Nauka, 1977, 33 p. [in Russian]
6. Eltyshev, V.A. Napryazhenno – deformirovannoe sostoyanie obolochechnyh konstrukcij s napolnitelem [Stress–strain state of shell structures with filler] / V.A.Eltyshev – M., Nauka, 1981, 120 p.

Ссылка на статью: *Жумабаев, М.Ж. Цилидрическая оболочка с заполнителем [Текст] / М.Ж. Жумабаев, А.Б.Шырақбаев // Dulaty University Хабаршысы. – 2024. - №2. – Б. 268-274* *https://doi.org/10.55956/VBNE7749*