ҒТАМР 27.19.15 https://doi.org/10.55956/DHMM5393

А.И.Чанбаева *
Phd
М.Х.Дулати атындағы Тараз өңірлік университеті
Тараз қаласы., Қазақстан
chanbaeva.a@mail.ru

А.Т.Толкынбаева
Магистр
М.Х. Дулати атындағы Тараз өңірлік университеті
Тараз қ., Қазақстан
atolkynbaeva@mail.ru

ІШКІ САНАТ БОЙЫНША МІНСІЗ БЕЙНЕЛЕУЛЕР

Аңдатпа. *Мақалада* $ZUnif$ *категорияның декарттық квадраттары терминдеріндегі* $\mathcal{R}-coz-$*мінсіз бейнелеулердің ішкі және категориялық сипаттамалары алынған. З. Фролик 1974 жылы осы категорияны зерттеуге аздаған еңбектерін арнады.* $ZUnif$ *жеткілікті түрде зерттелген Unif және Tych категорияларының (Тихонов кеңістіктері мен үздіксіз бейнелеулер) арасында қатаң аралық болғанымен.* $ZUnif$ *санатындағы әртүрлі есептерді шешу, әрине, Unif санатындағы ұқсас есептерді жалпылауды және Tych санатындағы ұқсас есептерді күшейтуді талап етеді. Теориядағы* $ZUnif$ *санатын зерттеуге және құруға ерекше қызығушылық* $\beta-$ *жұмысында бірқалыпты кеңістіктің ұқсас нығыздалуын құрастырғаннан кейін пайда болды, мұнда кеңейтілетін бейнелеулер бірқалыпты кеңістіктердің* $COZ-$*морфизмдері болып шықты.*

Тірек сөздер: $coz-$*бейнелеу,* $\mathcal{R}-coz-$*мінсіз бейнелеу, санат,* z_u-*ультрасүзгі.*

Кіріспе. Бірқалыпты топологияның негізгі қасиеттері [1], [5], [13] әдебиеттерінен алынған. Әрбір бірқалыпты кеңістік uX арқылы белгіленеді, мұндағы X – тихонов кеңістігі және u- бірқалыпты жабынды [1], [5]терминдеріндегі бірқалыптылық. uX кеңістігіндегі барлық шектелген бірқалыпты үзіліссіз функциялар жиынтығын $U(uX)(U^*(uX))$ арқылы белгілейік және $\mathcal{Z}_u=\{f^{-1}(0): f\in U(uX)\}$, себебі кез келген $f\in U(uX)$ үшін $\min\{|f|,1\}\in U^*(uX)$, онда $\mathcal{Z}_u=\mathcal{Z}^*_u=\{g^{-1}(0): g\in U^*(uX)\}$.

$\mathcal{Z}_u$ элементтерінің максималды орталықтандырылған жүйелері z_u-ультрасүзгілер деп аталады.

Зерттеу шарттары мен әдістері. [9] жұмыста $f: uX\to vY$ бейнелеуі $coz-$бейнелеу деп аталады, егер $f^{-1}(\mathcal{Z}_v)\subseteq\mathcal{Z}_u$, $f^{-1}(C\mathcal{Z}_v)\subseteq C\mathcal{Z}_u$, мұндағы $C\mathcal{Z}_u=\{X\setminus Z: Z\in\mathcal{Z}_u\}$ және $C\mathcal{Z}_v=\{Y/Z: Z\in\mathcal{Z}_v\}$. [6] жұмыста $h_i: uX\to I=[0,1]$, $i=1,2$ болатын бірқалыпты үзіліссіз функциялар үшін $f(x)=h_1(x)/(h_1(x)+h_2(x)), x\in X$ ережесі бойынша берілген $h_1^{-1}(0)\cap h_2^{-1}(0)=\varnothing$, $f: uX\to I$ функция жалпы айтқанда бірқалыпты үзіліссіз болмайтын $coz-$бейнелеу болып табылатындығы дәлелденген. Мұндай $coz-$бейнелеулер $f: uX\to I$, $u-$функциялар [6] деп аталынады. [4], [7] жұмыстарында $coz-$тұйық бейнелеулердің маңызды қасиеттері анықталған және бекітілген, ал [2], [3] еңбектерінде $coz-$мінсіз бейнелеулер анықталған.

Франклин [9] мен Херрлих [12] Тихонов $Tych$-кеңістігінің және және олардың үздіксіз бейнелеу категориясында Стоун-Чехов ықшамдауды қолдану арқылы мінсіз бейнелеулердің сипаттамасын белгілегені белгілі. Борубаев А.А. [1] бірқалыпты -$Unif$ кеңістіктер және олардың бірқалыпты үздіксіз бейнелеу категориясында Самюэльдің ықшамдауын қолданып, бірқалыпты мінсіз бейнелеулердің сипаттамасын белгіледі.

$ZUnif$ арқылы нысандары бірқалыпты кеңістіктер болатын категорияны белгілейік, ал морфизмдер - $coz-$бейнелеулер. Бұл категорияда $coz-$бірқалыпты кеңістіктердің мінсіз кескіндері [2] бірқалыпты uX кеңістіктің $\beta_u X$ [3], [8] ықшамдалуын пайдаланып, декарттық квадраттар тұрғысынан сипатталады.

$ZUnif$ категорияда $\mathcal{K}$ компакттар класы эпирефлекторлық ішкі санатты құрайды және $\beta_u X$ бірқалыпты кеңістіктің Воллмэн β-тәрізді ықшамдауы [8] эпирефлексия $\beta_u : uX \to \beta_u X$ қызметін атқарады, ал $\mathcal{R}$-нақты компакт кеңістіктер класы эпирефлекторлық ішкі санатты және $\upsilon_u X$ бірқалыпты кеңістіктің $\upsilon_u X$ Воллмэн нақты компактификациясы [8] эпирефлексия қызметін атқарады $\upsilon_u : uX \to \upsilon_u X$.

Зерттеу нәтижелері. [11] жұмыс негізінде мынадай анықтама береміз:

Анықтама 1. $f : uX \to vY$ бейнелеуі $\mathcal{K}$ - $coz-$мінсіз деп аталады, егер келесі шарт орындалса $\beta_u f(\beta_u X \setminus X) \subseteq \beta_v Y \setminus Y$.

[2] еңбекте көрсетілгендей $\mathcal{K} - coz-$ мінсіз бейнелеуі $coz-$мінсіз бейнелеуімен сәйкес келеді.

Анықтама 2. $f : uX \to vY$ бейнелеуі $\mathcal{R}-coz-$мінсіз деп аталады, егер келесі шарт орындалса $\upsilon_u f(\upsilon_u X \setminus X) \subseteq \upsilon_v Y \setminus Y$.

[8] еңбектен еске түсірсек, егер ультрасүзгіде әрбір санаулы ішкі жиынтықта бос емес қиылысу бар болса, онда z_u-ультрасүзгісі санақты орталықтандырылған деп аталады.

Теорема 1. uX және vY - бірқалыпты кеңістіктер болсын. Онда $coz-$бейнелеу $f : uX \to vY$ үшін келесі шарттар орынды:

(1) f - $\mathcal{R}-coz-$мінсіз болып табылады.

(2) Егер санақты орталықтандырылған uX кеңістіктегі p z_u-ультрасүзгі және $f(p) = \{f(Z) : Z \in p\}$ алдын ала сүзгі $y \in Y$ нүктесіне жинақталса, онда p ультрасүзгісі $x \in f^{-1}(y)$. нүктесіне жинақталады.

(3) Текше

$$\begin{array}{ccc} uX & \xrightarrow{i_X} & \upsilon_u X \\ {\scriptstyle f}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \upsilon_u f} \\ vY & \xrightarrow[i_Y]{} & \upsilon_v Y \end{array} \qquad (*)$$

$ZUnif$ санатында декарттық болып табылады.

Зерттеу нәтижелерді талқылау. $(1) \Rightarrow (2)$. $x \in \upsilon_u X \setminus X$ -кез келген нүкте болсын. Онда $\{x\} = \cap\{[Z]_{\upsilon_u X} : Z \in p\}$ орындалатындай жалғыз uX кеңістігінде p - z_u-ультрасүзгі бар болады. $\upsilon_u f : \upsilon_u X \to \upsilon_v Y$ кеңейтімдерді бейнелеу үшін кез келген $Z \in p$ үшін $\upsilon_u f([Z]_{\upsilon_u X}) = [f(Z)]_{\upsilon_v Y}$ теңдігі орындалады. Онда қандайда бір $y \in \upsilon_v Y$ нүкте үшін $\upsilon_u f(x) = \cap\{[f(Z)]_{\upsilon_u X} : Z \in p\} = \{y\}$.

$y \in Y$ деп ұйғарайық. Онда $f(p) = \{f(Z) : Z \in p\}$ алдын ала сүзгісі y-ке жинақталады және теореманың шарты бойынша санақты орталықтандырылған z_u-ультрасүзгі p қандайда бір $x' \in f^{-1}(y)$ нүктесіне жинақталады. $\{x'\} = \cap\{[Z]_{\upsilon_u X} : Z \in p\}$, орындалатындығы анық, яғни $x = x'$ қарама-қайшылық. Осыдан $y = f(x) \in \upsilon_v Y \setminus Y$.

$(2)\Rightarrow(1)$. p-uX кеңістігіндегі кез келген санақты орталықтандырылған z_u $-$ультра сүзгі болсын және $f(p)=\{f(Z):Z\in p\}$ алдын ала фильтрі $y\in Y$ нүктесіне жинақталсын.

[2] жұмыстағы 2.4 теоремасының 4-қасиеті бойынша $\{x\}=\cap\{[Z]_{\upsilon_u X}:Z\in p\}\in\upsilon_u X$ және x-жалғыз болып табылады, онда кез келген $Z\in p$ үшін $\upsilon_u f([Z]_{\upsilon_u X})=[f(Z)]_{\upsilon_v Y}$ және $\upsilon_u f(x)=\upsilon_u f(\cap\{[Z]_{\upsilon_u X}:Z\in p\})=\cap\{[f(Z)]_{\upsilon_v Y}:Z\in p\}=y$, яғни $x\in(\upsilon_u f)^{-1}(y)$. Себебі $\upsilon_u f(\upsilon_u X\setminus X)\subseteq\upsilon_v Y\setminus Y$ орын алады.Сонымен $x\in X$.

$(2)\Rightarrow(3)$. $ZUnif$ санатындағы қандайда бір wZ нысан үшін ұйғарамыз,

$h:wZ\to\upsilon_u X$ және $g:wZ\to vY$ - $\upsilon_u f\circ h=i_Y\circ g$ болатын $coz-$бейнелеулер. $(i_Y\circ g)(Z)$-$\upsilon_v Y$ құрамында болғандықтан және $\upsilon_u f(\upsilon_u X\setminus X)\subseteq\upsilon_v Y\setminus Y$, демек $h(Z)\subset X$.

Кез келген $z\in Z$ үшін $h'(z)=h(z)$ ережесі бойынша $h':wZ\to uX$ бейнелеуін анықтайық. Осылайша $(*)$- декарттар текшесі.

$(3)\Rightarrow(2)$, $x\in\upsilon_u X$ болсын және $\upsilon_u X(x)=y\in Y.$ деп ұйғарайық. $Z=\{x\}$ деп есептейік және $h(x)=x$ ережесі бойынша $h:wZ\to\beta_u X$ бейнелеуін және $g(x)=y=\upsilon_u f(x)\in Y$ ережесі бойынша $g:wZ\to vY$ бейнелеуін анықтайық, мұндағы w- $Z=\{x\}$ тегі тривиальді бірқалыптылық. Онда $h':wZ\to uX$, болатын $coz-$бейнелеу бар, мұнда $\upsilon_u f\circ h=i_Y\circ g.$ Сонымен $x\in X$, яғни $\upsilon_u f(\upsilon_u X\setminus X)\subseteq\upsilon_v Y\setminus Y$.

Қорытынды. 1) $x\in(\upsilon_u f)^{-1}(y)$. Себебі $\upsilon_u f(\upsilon_u X\setminus X)\subseteq\upsilon_v Y\setminus Y$ орын алады. Сонымен $x\in X$

2) Кез келген $z\in Z$ үшін $h'(z)=h(z)$ ережесі бойынша $h':wZ\to uX$ бейнелеуі бар. Онда $(*)$- декарттар текшесі.

3) $h':wZ\to uX$, болатын $coz-$бейнелеу бар, мұнда $\upsilon_u f\circ h=i_Y\circ g.$ Сонымен $x\in X$, яғни $\upsilon_u f(\upsilon_u X\setminus X)\subseteq\upsilon_v Y\setminus Y$.

Әдебиеттер тізімі:

1. Борубаев, А.А. Равномерная топология [Текст] / А.А. Борубаев.- Бишкек:Илим, 2013- 336 с.
2. Чанбаева, А.И. Об *u*-совершенных отображениях [Текст] / А.И. Чанбаева // Проблемы современной науки и образования, 10(52), Москва, РФ, 2016 - 16-20 с.
3. Чекеев, А.А. Бикомпактификация Волмэновского типа равномерных пространств и ее приложения [Текст] / А.А. Чекеев // Вестник КНУ, т.2, 2015. – 1-22 с.
4. Чекеев, А.А. О замкнутых и совершенных отображениях равномерных пространств [Текст] / А.А. Чекеев, А.И. Чанбаева // Наука и новые технологии, т. 4, 2014.- 3-6 с.
5. Энгелькинг, Р. Общая топология [Текст] / Р. Энгелькинг. -М.: Мир, 1986 -752 с.
6. Charalambous, M.G. A new covering dimension functions for uniform spaces /J. London Math. Soc, 11, 1975, pp. 137-143.
7. Chekeev A.A., Kasymova T.J., Chanbaeva A.I. On closed mappings of uniform spaces /TWMS J. PAM, vol.6, No. 1, 2015, pp. 78-83.
8. Chekeev A.A. Uniformities for Wallman compactifications and realcompactifications /Topol. Appl., 2016,V.201, pp. 145-156.
9. Franklin S.P.Topics in categorical topology /Class Notes, Carnegie-Mellon University. 1970. – P.38
10. Frolik Z. A note on metric-fine spaces / Proc. Amer. Math. Soc V.46, n.1, 1974, pp.111-119.

11. Hager A.W. Perfect maps and epi-reflective hulls /Can.J.Math.V.XXVII, No.1, 1975, pp.11-24.
12. Herrlich H. Categorical topology /General Topology and Applications, vol.1, 1971, pp. 1-15.
13. Isbell J.R. Uniform spaces.- Providence,1964.–175 p.

Материал 19.02.24 редакцияға түсті.

А.И.Чанбаева*, А.Т.Толкынбаева
Таразский региональный университет им. М. Х. Дулати, г. Тараз, Казахстан

ИДЕАЛЬНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ПО ПОДКАТЕГОРИИ

Аннотация. В статье взяты внутренние и категориальные характеристики $\mathcal{R}-coz-$идеальных отображений в терминах декартовых квадратов категории $ZUnif$

З.Фроликом в 1974 году изучению этой категории посвящено малое количество работ. Хотя $ZUnif$ строго промежуточно располагается между, достаточно изученными, категориями $Unif$ и $Tych$ (тихоновских пространств и непрерывных отображений). Решение различных задач категории $ZUnif$, естественно, влечёт обобщение аналогичных задач в категории $Unif$ и усиление аналогичных задач в категории $Tych$. Особый интерес изучения и построения в теории категории $ZUnif$ возник после построения в работе $\beta-$подобной компактификации равномерного пространства, где продолжаемыми отображениями оказались $COZ-$морфизмы равномерных пространств.

Ключевые слова: $coz-$отображение, $\mathcal{R}-coz-$идеальное отображение, категория, z_u-ультрафильтр.

A. Chanbayeva*, A. Tolkynbaeva
M.Kh.Dulaty Taraz Regional University, Taraz, Kazakhstan

IDEAL MAPPING UNDER SUBCATEGORY

Abstract: In this paper the inner and categorical characterizations of $\mathcal{R}-coz-$perfect mappings have been obtained in pull-back terms. Frolik in 1974 devoted a small number of works to the study of this category. Although ZUnif is strictly intermediate between the fairly studied categories Unif and Tych (Tikhonov spaces and continuous mappings). Solving various problems in the ZUnif category naturally entails generalizing similar problems in the Unif category and strengthening similar problems in the Tych category. Particular interest in studying and constructing the ZUnif category in theory arose after the construction in the work of a similar $\beta-$compactification of a uniform space, where the extendable mappings turned out to be $COZ-$morphisms of uniform spaces.

Keywords: $COZ-$mapping, $\mathcal{R}-coz-$perfect mapping, category, z_u-ultrafilter.

References

1. Borubaev, A.A. Ravnomernaya topologiya [Uniform topology] [Text] / A.A. Borubaev.- Bishkek:Ilim, 2013- 336 p
2. Changbaeva, A.I. Ob u-sovershennyh otobrazheniyah [On u-perfect maps] [Text] / A.I. Changbaeva // Problems of modern science and education, 10(52), Moscow, RF, 2016 - 16-20 p.

3. Chekeev, A.A. Bikompaktifikaciya Volmenovskogo tipa ravnomernyh prostranstv i ee prilozheniya [Bicompactification of the Volman type of uniform spaces and its applications] [Text] / A.A. Chekeev // Bulletin of KNU, vol. 2, 2015. – 1-22 p.
4. Chekeev, A.A. O zamknutyh i sovershennyh otobrazheniyah ravnomernyh prostranstv [On closed and perfect maps of uniform spaces] [Text] / A.A. Chekeev, A.I. Changbaeva // Science and new Technologies, vol. 4, 2014.- 3-6 p.
5. Engelking, R. Obshchaya topologiya [General topology] [Text] / R. Engelking. -M.: Mir, 1986 -752 p.
14. Charalambous, M.G. A new covering dimension functions for uniform spaces /J. London Math. Soc, 11, 1975, pp. 137-143.
15. Chekeev A.A., Kasymova T.J., Chanbaeva A.I. On closed mappings of uniform spaces /TWMS J. PAM, vol.6, No. 1, 2015, pp. 78-83.
16. Chekeev A.A. Uniformities for Wallman compactifications and realcompactifications /Topol. Appl., 2016,V.201, pp. 145-156.
17. Franklin S.P.Topics in categorical topology /Class Notes, Carnegie-Mellon University. 1970. – P.38
18. Frolik Z. A note on metric-fine spaces / Proc. Amer. Math. Soc V.46, n.1, 1974, pp.111-119.
19. Hager A.W. Perfect maps and epi-reflective hulls /Can.J.Math.V.XXVII, No.1, 1975, pp.11-24.
20. Herrlich H. Categorical topology /General Topology and Applications, vol.1, 1971, pp. 1-15.
21. Isbell J.R. Uniform spaces.- Providence,1964.–175 p.

Мақалаға сілтеме: *Чанбаева, А.И. Ішкі санат бойынша мінсіз бейнелеулер [Мәтін] / А.И.Чанбаева, А.Т. Толқынбаева // Dulaty University Хабаршысы. – 2024. - №2. – Б. 263-267* *https://doi.org/10.55956/DHMM5393*